a solução de $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = g$ é $v = g\tau(1 - e^{-t/\tau})$

$$v_{lim}(t \to \infty) = g\tau = \frac{g m R}{l^2 B^2}$$

Vem-se pois $\frac{dv}{dt} = a = g - \frac{v}{\tau} < g$ o movimento decorre em a<g.

$$W = \vec{F} v t = \left(m \frac{dv}{dt} v\right) t = \left(mg - \frac{mv}{\tau}\right) v t$$

$$W = mgl - \frac{m v^2}{\tau} t = mgl - \frac{m v^2}{mR} l^2 B^2 t$$

$$W = mgl - R\left(\frac{Blv}{R}\right)^2 t = mgl - Ri^2 t$$

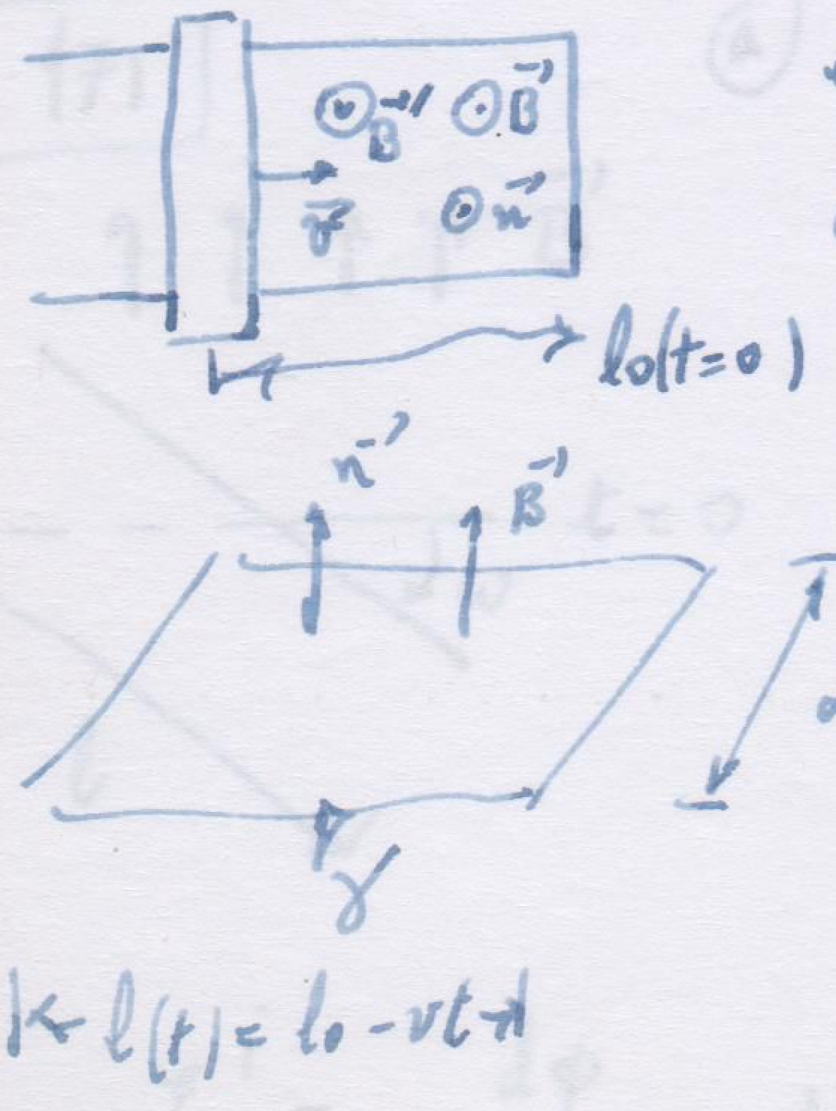
$$W = \int m \frac{dv}{dt} v\, dt = \int m \frac{d}{dt}\left(\frac{v^2}{2}\right) dt = mgl - Ri^2 t$$

$$\Delta E_c = \Delta E_p - Ri^2 t \Rightarrow \boxed{\Delta E_p = \Delta E_c + Ri^2 t}$$

O trabalho realizado pelo campo gravítico vai ser transformado, uma parte, em energia cinética da espira (com a<g) e, a outra parte, em energia calorífica dissipada na espira por efeito Joule.

$\boxed{169}$

Para determinar o sentido da corrente induzida i podemos usar a lei de Lenz: "o sentido de uma corrente induzida é tal que o campo magnético por ela criado tende a contrariar a variação de fluxo que lhe deu origem."



$$\Phi(t) = \iint_S (\vec{B}\cdot\vec{n})\, dS = \iint_S B\, dS = B\, S(t)$$

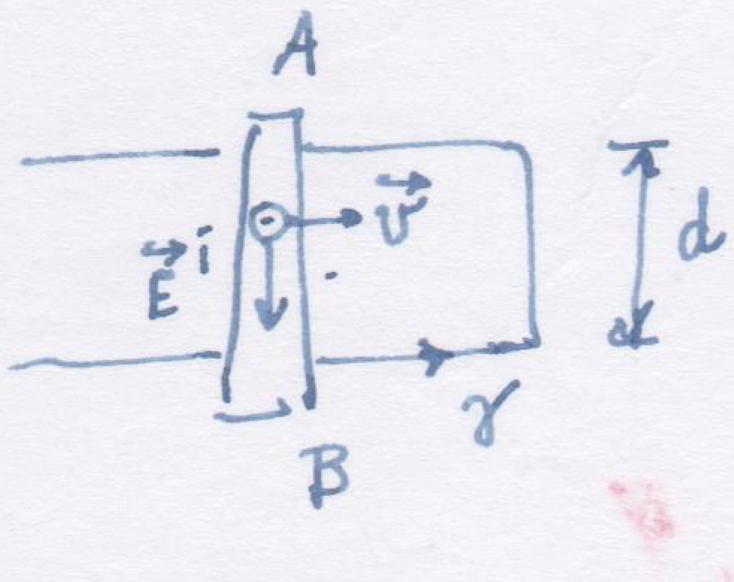
$$\Phi(t) = B(d)(l_0 - vt)$$

$$\mathcal{E}^i = -\frac{d\Phi}{dt} = B d v$$

Surge uma corrente induzida $i = \frac{\mathcal{E}^i}{R} = \frac{Bvd}{R}$

O sentido de γ está de acordo com a normal $\vec{n}$ segundo a regra do saca-rolhas;

2º Processo: trabalho do campo induzido $\vec{E}^i$: $\mathcal{E}^i = \oint_\gamma \left(\vec{E}^i \cdot d\vec{p}\right)$

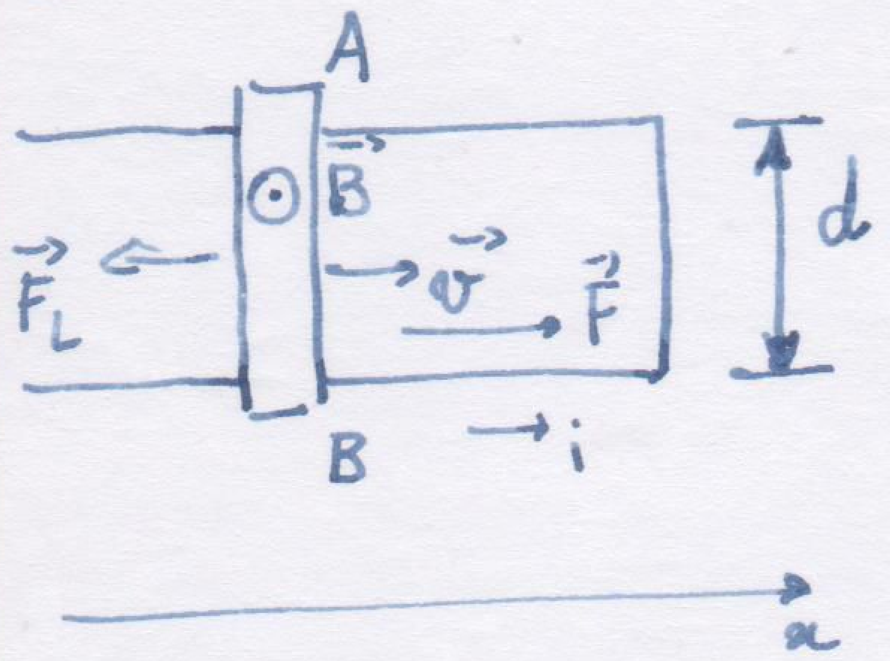


$$|\vec{E}^i| = vB$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}^i = \oint_\gamma \left(\vec{E}^i \cdot d\vec{p}\right) = \int_{\widehat{AB}} \left(\vec{E}^i \cdot d\vec{p}\right) = |\vec{E}^i| d$$

$$\mathcal{E}^i = Bvd \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}^i}{R} = \frac{Bvd}{R}$$

(b)



$$\vec{F}_L = i \int_{\widehat{AB}} \left[d\vec{s} \times \vec{B}\right]$$

$$\vec{F}_L = -iBd\,\vec{u}_x$$ (esta força opõe-se ao movimento)

Para deslocarmos a barra com $\vec{v}$ = const., devemos aplicar-lhe a força $\vec{F} = -\vec{F}_L = iBd\,\vec{u}_x$

$$P_m = \frac{d\tau}{dt} = \left(\vec{F} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt}\right) = \left(\vec{F} \cdot \vec{v}\right) = Fv = Bvdi$$

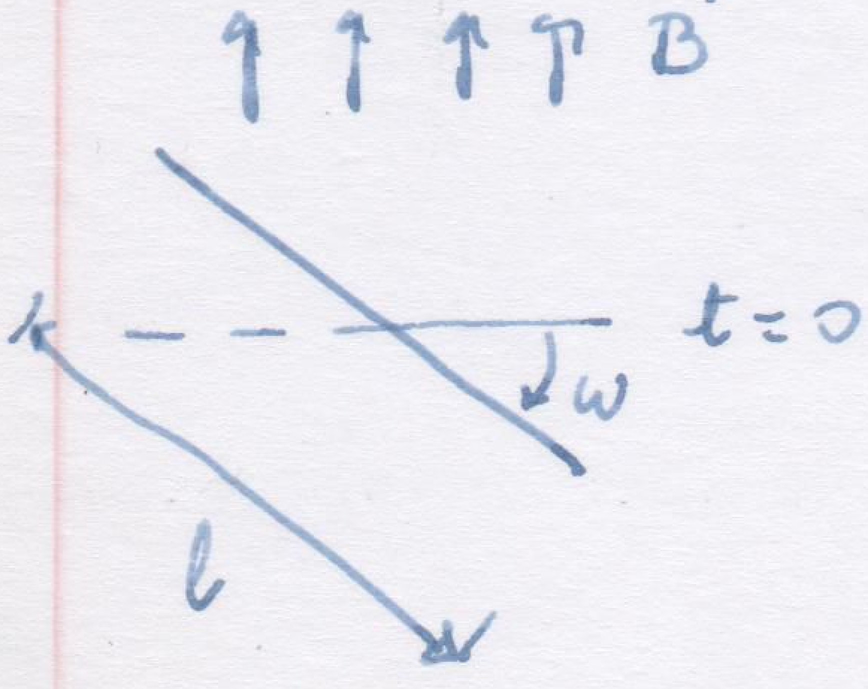
como $i = \frac{Bvd}{R} \Rightarrow P_m = \frac{(Bvd)^2}{R}$

$$P_J = Ri^2 = R\left(\frac{Bvd}{R}\right)^2 = \frac{(Bvd)^2}{R} = P_m$$

A potência P_m é igual à potência dissipada por efeito Joule.

$\boxed{171}$

(a) Espira vista de perfil no instante genérico t.



$$\phi(t) = \iint_S \left(\vec{B} \cdot \vec{n}\right) ds = \iint_S |\vec{B}| \cos\omega t \, ds$$

$$\phi(t) = |\vec{B}| \cos\omega t \iint_S ds = |\vec{B}| l^2 \cos\omega t$$

$$\phi(t) = 0.5 \times 4\times10^{-2} \cos(100\pi t) = 20 \cos(100\pi t) \text{ mWb}$$

$$\mathcal{E}^i = -\frac{d\phi}{dt} = |\vec{B}| l^2 \omega \sin\omega t$$

459) Repare que $\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \operatorname{div} \vec{J} = 0 \Rightarrow \operatorname{div} \vec{J} = 0$

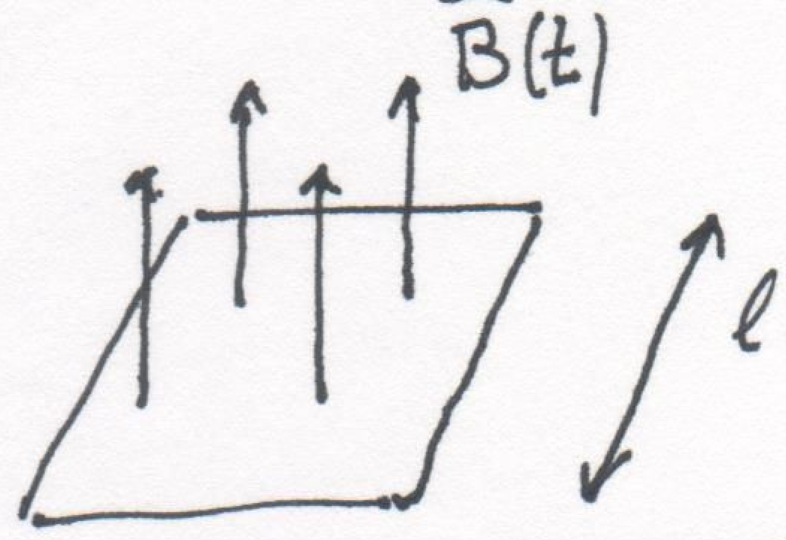
Ora, em regime variável, $\frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0$ porque $\operatorname{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$, que é a eq. de continuidade.

Como se verifica $\operatorname{div} \vec{D} = \rho$ e substituindo ρ na eq. anterior, tem-se

$\operatorname{div} \vec{J} = -\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \vec{D} \Rightarrow \operatorname{div}\left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}\right) = 0$ e, portanto, $\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

que é uma das eq. de Maxwell. $\partial \vec{D}/\partial t$ é chamada de densidade de corrente de deslocamento.

$\boxed{170}$ CAMPO MAGNÉTICO VARIÁVEL
ESPIRA EM REPOUSO



R – resistência eléctrica da espira quadrada.

Usaremos aqui a lei geral da indução para calcular a corrente induzida i. O campo magnético varia como $\vec{B}(t) = B_0(1+\alpha t)\vec{u}_z$

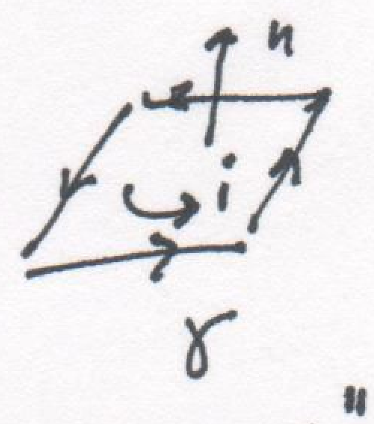
$$\phi(t) = \iint_S (\vec{B}\cdot\vec{n})\,dS = \iint_S |\vec{B}|\,dS = B_0(1+\alpha t)\,l^2 \qquad \vec{n} \equiv \vec{u}_z$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = -B_0\alpha l^2 = Ri \quad \Rightarrow \quad i = -\frac{B_0\alpha l^2}{R}$$

se a espira tiver coeficiente de auto-indução desprezível (ver ex. 172)

Se $\alpha > 0 \Rightarrow$

se $\alpha < 0$, será a corrente reversa



$\boxed{173}$

O ex. 170 pode ser resolvido usando o método do "trabalho do campo induzido". A eq. de Maxwell que nos interessa é $\text{rot}\,\vec{E}^i = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

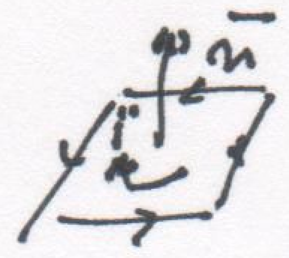
Tem-se $\vec{B}(t)$, falta-nos $\vec{E}^i$.

Assim $\text{rot}\,\vec{E}^i = -B_0\alpha\vec{u}_z \left(= -\frac{d}{dt}\left[B_0(1+\alpha t)\right]\vec{u}_z\right)$

A força electromotriz induzida é $\mathcal{E}^i = \oint_\gamma (\vec{E}^i\cdot d\vec{P}) = \iint_S (\text{rot}\,\vec{E}^i\cdot\vec{n})\,dS = -\iint_S B_0\alpha\,(\overbrace{\vec{u}_z\cdot\vec{n}}^{1})\,dS$

$$\Rightarrow \mathcal{E}^i = -B_0\alpha l^2 \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\mathcal{E}^i}{R} = -\frac{B_0\alpha l^2}{R}$$

Se $\alpha > 0$



$\boxed{172}$

Considere agora uma espira quadrada com resistência eléctrica R e coeficiente de auto-indução L.

Neste caso a eq. será $\mathcal{E}^i = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\phi_0 + Li\right)$

fluxo devido ao campo $\vec{B}'$ criado pela corrente induzida

fluxo devido ao campo externo $\vec{B}$

$$\mathcal{E}^i(t) = Ri(t) + L\frac{di}{dt}$$

$$-\frac{d\phi_0}{dt} = \mathcal{E}_0^i = \mathcal{E}^i + L\frac{di}{dt} \qquad \text{com } \mathcal{E}^i = Ri$$

$$\mathcal{E}_0^i = Ri + L\frac{di}{dt}$$

, mas o $\mathcal{E}_0^i$, a f.e.m. devida apenas à variação do campo externo já foi determinada no Ex. 171, tendo-se aí obtido $\mathcal{E}_0^i = Bl^2\omega\sin\omega t$. A eq. que se obtém é

$$Bl^2\omega\sin\omega t = Ri(t) + L\frac{di}{dt}$$

Pode-se resolver usando o Wolfram online que nos dá $i(t) = \frac{b.c.\sin\omega t}{a^2\omega^2+b^2} - \frac{a.c.\omega.\cos\omega t}{a^2\omega^2+b^2} + \underbrace{k_1 e^{-bt/a}}$

este termo desaparece quando $t\to\infty$ (termo transiente)

Curva típica será